Vincent
Dynamisme - Bienveillance - Performance

Corrigé

Polynômes du Second Degré

Fiche n°3 : Factoriser et simplifier / Le discriminant

Exercice 1: **Calculez le discriminant et indiquez le nombre de racines des fonctions ci-dessous :**

a) $f(x) = -4x^2 + 16x + 30$

$\boldsymbol{\Delta = b^2 - 4ac}$

$\Delta = 16^2 - 4 \times (-4) \times 30$

$\Delta = 256 - 480 = -224$ donc $\Delta < 0$

$f(x)$ n'a donc pas de racine.

b) $g(x) = 5x^2 - 35x + 12$

$\Delta = 240$ donc $\Delta > 0$

$g(x)$ a donc 2 racines.

c) $h(x) = 3x^2 + 6x + 3$

$\Delta = 0$

$h(x)$ a donc 1 racine.

Exercice 2: **Calculez les racines des polynômes ci-dessous puis donnez leur forme factorisée :**

a) $i(x) = 5x^2 - 5x - 30$

On utilise le discriminant :

$\boldsymbol{\Delta = b^2 - 4ac}$

$\Delta = (-5)^2 - 4 \times 5 \times (-30)$

$\Delta = 25 + 600 = 625$ >0 il y a donc 2 racines

$\boldsymbol{x_1 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}}$ et $\boldsymbol{x_2 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}}$

On a donc : $x_1 = \frac{-(-5)-\sqrt{625}}{2\times5}$ et $x_2 = \frac{-(-5)+\sqrt{625}}{2\times5}$

Les racines de f sont donc $x_1 = -2$ et $x_2 = 3$

La forme factorisée d'un polynôme étant : $f(x) = a(x - x_1)(x - x_2)$

On obtient : $i(x) = 5(x + 2)(x - 3)$.

Dynamisme - Bienveillance - Performance

Corrigé

Polynômes du Second Degré

Fiche n°3 : (suite)

b) $j(x) = -7x^2 - 21x + 70$

$\Delta = 1959$ >0 il y a donc 2 racines

On a donc : $x_1 = \frac{-(-21)-\sqrt{1959}}{2\times(-7)}$ et $x_2 = \frac{-(-21)+\sqrt{1959}}{2\times(-7)}$

Donc $x_1 = -5$ et $x_2 = 2$

La forme factorisée de j est donc : $j(x) = -7(x+5)(x-2)$

c) $k(x) = 22x^2 - 528x + 3168$

$\Delta = 0$ Il y a donc 1 racine double ($x_1 = x_2$)

On a donc : $x_1 = \frac{-(-528)-\sqrt{0}}{2\times22} = x_2 = \frac{-(-528)+\sqrt{0}}{2\times22}$

Donc $x_1 = x_2 = 12$

La forme factorisée de k est donc : $k(x) = 22(x-12)(x-12)$

On peut aussi écrire : $k(x) = 22(x-12)^2$

<u>Exercice 3:</u> Simplifiez les fonctions ci-dessous

a) $l(x) = \frac{4x^2-20x-96}{7x^2+35x+42}$

On factorise le numérateur : $4x^2 - 20x - 96$

$\Delta = 480$ >0 il y a donc 2 racines

On a donc : $x_1 = \frac{-(-20)-\sqrt{480}}{2\times4}$ et $x_2 = \frac{-(-21)+\sqrt{480}}{2\times4}$

Donc $\boldsymbol{x_1 = -3}$ $\boldsymbol{et}$ $\boldsymbol{x_2 = 8}$

La forme factorisée est donc : $\mathbf{4(x+3)(x-8)}$

On factorise ensuite également le dénominateur : $7x^2 + 35x + 42$

$\boldsymbol{\Delta = 49}$ >0 il y a donc 2 racines

On a donc : $x_1 = \frac{-35-\sqrt{49}}{2\times7}$ et $x_2 = \frac{-35+\sqrt{49}}{2\times7}$

Donc $\boldsymbol{x_1 = -3}$ $\boldsymbol{et}$ $\boldsymbol{x_2 = -2}$

La forme factorisée est donc : $\mathbf{7(x+3)(x+2)}$

Corrigé

Polynômes du Second Degré

Fiche n°3 : (suite)

On remplace maintenant dans l(x) le numérateur et le dénominateur par leurs formes factorisées :

$$l(x) = \frac{4(x+3)(x-8)}{7(x+3)(x+2)}$$

On remarque que l'on peut simplifier par (x + 3).

On obtient : $\boldsymbol{l(x) = \frac{4(x-8)}{7(x+2)}}$

Exercice 4: $m(x) = \frac{-2x^2+16x-14}{5x^2-25x-70}$

On suit la même logique que ci-dessus :

a) On factorise le numérateur : $-2x^2 + 16x - 14 = \boldsymbol{-2(x-1)(x-7)}$

b) On factorise le dénominateur : $5x^2 - 25x - 70 = \boldsymbol{5(x+2)(x-7)}$

c) On remplace les formes factorisées dans m(x) :

$$m(x) = \frac{-2(x-1)(x-7)}{5(x+2)(x-7)}$$

On remarque que l'on peut simplifier par (x – 7).

On obtient : $\boldsymbol{m(x) = \frac{-2(x-1)}{5(x+2)}}$

Exercice 5: $n(x) = \frac{3x^2+6x-9}{4x^2-8x+4}$

On suit la même logique que ci-dessus :

a) On factorise le numérateur : $3x^2 + 6x - 9 = \boldsymbol{3(x+3)(x-1)}$

b) On factorise le dénominateur : $4x^2 - 8x + 4 = \boldsymbol{4(x-1)(x-1)}$

c) On remplace les formes factorisées dans n(x) :

$$n(x) = \frac{3(x+3)(x-1)}{4(x-1)(x-1)}$$

On remarque que l'on peut simplifier par (x – 1).

On obtient : $\boldsymbol{n(x) = \frac{3(x+3)}{4(x-1)}}$