

Polynômes du Second Degré

Fiche n°5: Etude de signe

Exercice 1: Etudiez le signe des polynômes ci-dessous sur l'intervalle] $-\infty$; $+\infty$ [:

a) $f(x) = 3x^2 - 24x + 45$

On commence par calculer le discriminant :

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

$$\Delta = (-24)^2 - 4 \times 3 \times 45$$

$$\Delta = 576 - 540 = 36$$

$\Delta > 0$: on a donc 2 racines

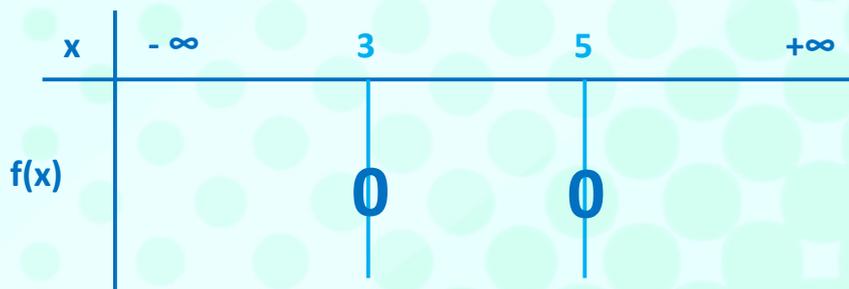
$$x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} \quad \text{et} \quad x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$$

$$x_1 = \frac{-(-24) - \sqrt{36}}{2 \times 3} \quad \text{et} \quad x_2 = \frac{-(-24) + \sqrt{36}}{2 \times 3}$$

$$x_1 = 3 \quad \text{et} \quad x_2 = 5$$

On sait que les racines sont les valeurs de x pour lesquels la fonction est égale à zéro.

On a donc :



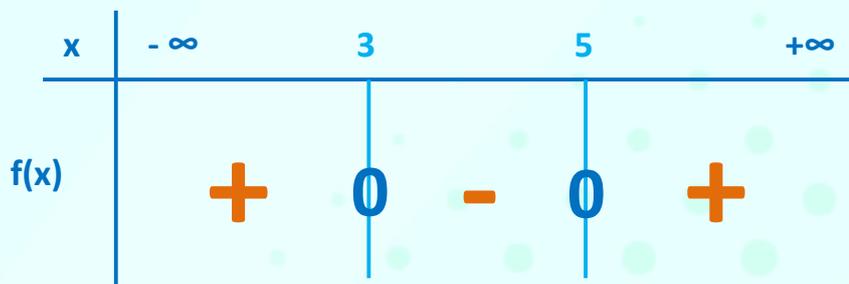
Pour finir notre tableau de signe, il faut se rappeler que : « un polynôme est toujours du signe de « a » à l'extérieur des racines, et du signe opposé entre les racines ».

Ici on a ($a = +3$), donc a est positif.

Polynômes du Second Degré

Fiche n°5: (suite)

On a donc :



Conclusion : $f(x)$ est positif sur $] -\infty ; 3] \cup [5 ; +\infty[$, et négatif sur $[3 ; 5]$.

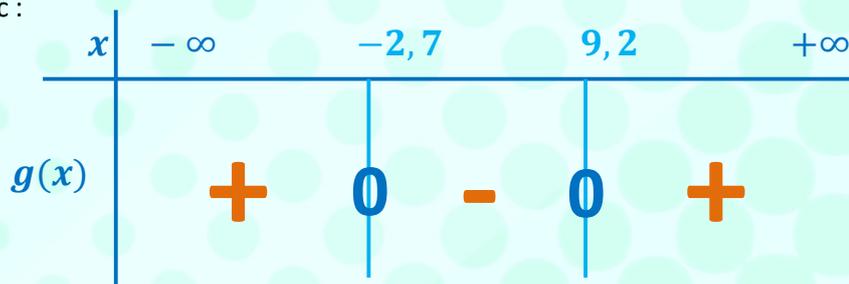
b) $g(x) = 7x^2 - 45,5x - 173,88$

On suit la même méthode que ci-dessus.

On trouve $x_1 = -2,7$ et $x_2 = 9,2$

De plus, $a = +7$ donc a est positif.

On a donc :



Conclusion : $g(x)$ est positif sur $] -\infty ; -2,7] \cup [9,2 ; +\infty[$, et négatif sur $[-2,7 ; 9,2]$.

Polynômes du Second Degré

Fiche n°5: (suite)

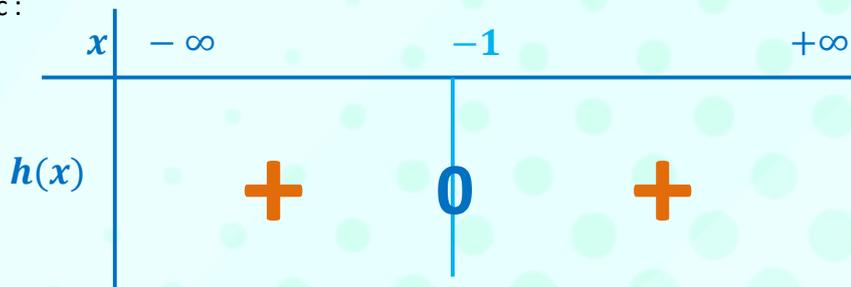
c) $h(x) = 3x^2 + 6x + 3$

On suit la même méthode que ci-dessus.

Comme $\Delta = 0$, on trouve $x_1 = x_2 = -1$ (il n'y aura donc pas d'espace « entre les racines »).

De plus, $a = +3$ donc a est positif.

On a donc :



Conclusion : $h(x)$ est positif sur $] -\infty ; +\infty[$, et s'annule en $\{-1\}$.

Exercice 2: Résolvez les inéquations suivantes sur l'intervalle $] -\infty ; +\infty[$:

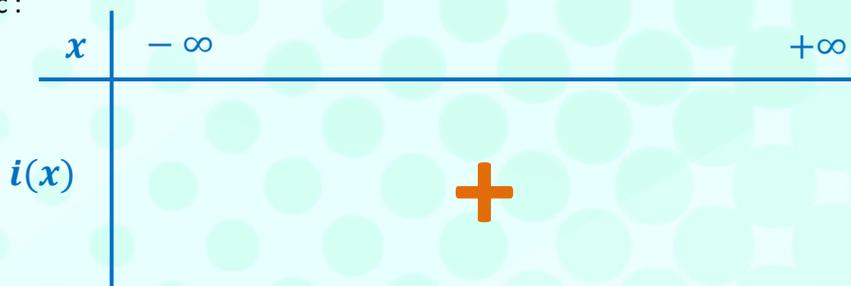
d) $10x^2 + 5x + 2 > 0$

C'est juste une façon différente de demander la même chose que dans l'exercice 1 ! On suit donc la même méthode que ci-dessus, on étudie le signe du polynôme.

Attention cependant, ici $\Delta < 0$; il n'y a donc pas de racines => donc pas d'espace « entre les racines » : toute la fonction sera du signe de a .

Or, $a = +10$ donc a est positif.

On a donc :



Conclusion : $10x^2 + 5x + 2$ est strictement positif sur $] -\infty ; +\infty[$.

Polynômes du Second Degré

Fiche n°5: (suite)

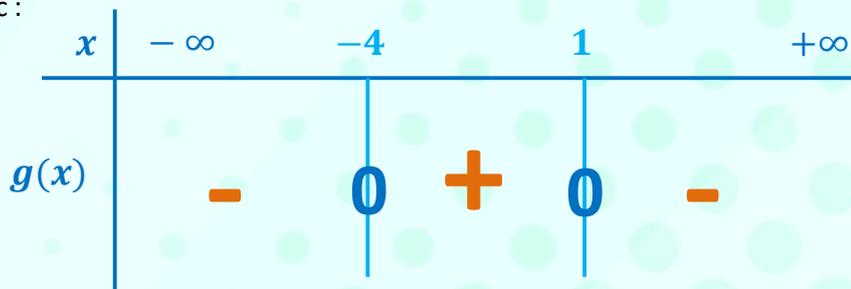
e) $-6x^2 - 18x + 24 \leq 0$

On suit la même méthode que ci-dessus.

On trouve $x_1 = -4$ et $x_2 = 1$

De plus, $a = -6$ donc a est négatif.

On a donc :



Conclusion : $-6x^2 - 18x + 24$ est négatif sur $] -\infty ; -4] \cup [1 ; +\infty[$.