Polynômes du Second Degré

Fiche n°5: Etude de signe

Exercice 1: **Etudiez le signe des polynômes ci-dessous sur l'intervalle$]-\infty\,;+\infty[$:**

a) $f(x) = 3x^2 - 24x + 45$

On commence par calculer le discriminant :

$\Delta = b^2 - 4ac$

$\Delta = (-24)^2 - 4 \times 3 \times 45$

$\Delta = 576 - 540 = 36$

$\Delta > 0$: on a donc 2 racines

$$\boldsymbol{x_1 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}} \quad \text{et} \quad \boldsymbol{x_2 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}}$$

$$x_1 = \frac{-(-24)-\sqrt{36}}{2\times3} \quad et \quad x_2 = \frac{-(-2\ )+\sqrt{36}}{2\times3}$$

$x_1 = 3$ et $x_2 = 5$

On sait que les racines sont les valeurs de x pour lesquels la fonction est égale à zéro.

On a donc :

x	- ∞	3	5	+∞
f(x)		0	0	

Pour finir notre tableau de signe, il faut se rappeler que : « un polynôme est toujours du signe de « a » à l'extérieur des racines, et du signe opposé entre les racines ».

Ici on a ($a = +3$) , donc a est positif.

Polynômes du Second Degré

Fiche n°5: (suite)

On a donc :

x	$-\infty$		3		5		$+\infty$
$f(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

Conclusion : $f(x)$ est positif sur $]-\infty\,;\,3] U [5\,;\,+\infty[$, et négatif sur $[3\,;\,5]$.

b) $g(x) = 7x^2 - 45{,}5x - 173{,}88$

On suit la même méthode que ci-dessus.

On trouve $x_1 = -2{,}7$ et $x_2 = 9{,}2$

De plus, $a = +7$ donc a est positif.

On a donc :

x	$-\infty$		$-2{,}7$		$9{,}2$		$+\infty$
$g(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

Conclusion : $g(x)$ est positif sur $]-\infty\,;\,-2{,}7] U [9{,}2\,;\,+\infty[$, et négatif sur $[-2{,}7\,;\,9{,}2]$.

Polynômes du Second Degré

Fiche n°5: (suite)

c) $h(x) = 3x^2 + 6x + 3$

On suit la même méthode que ci-dessus.

Comme $= 0$, on trouve $x_1 = x_2 = -1$ (il n'y aura donc pas d'espace « entre les racines »).

De plus, $a = +3$ donc a est positif.

On a donc :

x	$-\infty$		-1		$+\infty$
$h(x)$		$+$	0	$+$	

Conclusion : $h(x)$ est positif sur $]-\infty\,;\,+\infty[$, et s'annule en $\{-1\}$.

Exercice 2: **Résolvez les inéquations suivantes sur l'intervalle** $]-\infty\,;+\infty[$ **:**

d) $10x^2 + 5x + 2 > 0$

C'est juste une façon différente de demander la même chose que dans l'exercice 1 ! On suit donc la même méthode que ci-dessus, on étudie le signe du polynôme.

Attention cependant, ici $\Delta < 0$; il n'y a donc pas de racines => donc pas d'espace « entre les racines » : toute la fonction sera du signe de a.

Or, $a = +10$ donc a est positif.

On a donc :

x	$-\infty$		$+\infty$
$i(x)$		$+$	

Conclusion : $10x^2 + 5x + 2$ est strictement positif sur $]-\infty\,;\,+\infty[$.

Corrigé

Polynômes du Second Degré

Fiche n°5: (suite)

e) $-6x^2 - 18x + 24 \leq 0$

On suit la même méthode que ci-dessus.

On trouve $x_1 = -4$ et $x_2 = 1$

De plus, $a = -6$ donc a est négatif.

On a donc :

x	$-\infty$		-4		1		$+\infty$
$g(x)$		-	0	+	0	-	

Conclusion : $-6x^2 - 18x + 24$ est négatif sur $]-\infty\,;\,-4] U [1\,;\,+\infty[$.