

Polynômes du Second Degré

Fiche n°2 : Forme développée et forme canonique

Exercice 1: Parmi les fonctions ci-dessous, indiquez celles qui sont des polynômes du second degré sous forme canonique et donnez leurs valeurs de a , α et β .

La forme canonique d'un polynôme de degré 2 se présente toujours sous la forme :

$$f(x) = a(x - \alpha)^2 + \beta$$

Les fonctions étant des polynômes de degré 2 sous forme canonique sont donc :

$$f(x), \text{ avec } a = 8 ; \alpha = 74 \text{ et } \beta = 2$$

$$h(x), \text{ avec } a = 7,3 ; \alpha = -\frac{3}{2} \text{ et } \beta = \sqrt{2}$$

$$\text{et } j(x), \text{ avec } a = 1 ; \alpha = 22 \text{ et } \beta = -4$$

Remarque : $g(x)$ est sous forme développée, $i(x)$ est sous forme factorisée et $k(x)$ n'est pas un polynôme de degré 2.

Exercice 2: Donnez la forme canonique des polynômes ci-dessus :

a) $f(x) = -4x^2 + 16x + 3$

$f(x)$ est sous la forme $ax^2 + bx + c$

On a donc :

$$\alpha = \frac{-b}{2a} \text{ et } \beta = f(\alpha)$$

$$\text{Donc } \alpha = \frac{-16}{2 \times (-4)} = \frac{-16}{-8} = 2$$

$$\text{et } \beta = f(\alpha) = -4\alpha^2 + 16\alpha + 3$$

$$\beta = -4 \times (2)^2 + 16 \times (2) + 3$$

Polynômes du Second Degré

Fiche n°2: (suite)

$$\beta = -16 + 32 + 3 = 19$$

La forme canonique est donc : $f(x) = -4(x - 2)^2 + 19$

On suit le même raisonnement pour les autres fonctions :

b) $g(x) = 5x^2 - 35x + 12$

On obtient : $\alpha = 3,5$ et $\beta = -49,25$

Donc $g(x) = 5(x - 3,5)^2 - 49,25$

c) $h(x) = 3x^2 + 9x + 7$

On obtient : $\alpha = 1,5$ et $\beta = 27,25$

Donc $h(x) = 3(x - 1,5)^2 + 27,25$

d) $i(x) = \frac{3}{2}x^2 + \frac{7}{2}x + \frac{2}{3}$

Remarque : Ce genre de fonction peut faire un peu peur au premier coup d'œil, mais rassurez-vous ! Le principe reste exactement le même ! Il faut juste faire attention de pas faire d'étourderie lors des additions ou multiplications de fractions.

On obtient : $\alpha = \frac{-7}{9}$ et $\beta = \frac{-13}{54}$

Donc $i(x) = \frac{3}{2}\left(x + \frac{7}{9}\right)^2 - \frac{13}{54}$