Démo

Polynômes du Second Degré

Démo 1 : Passage de la forme développée à la forme canonique

On a un polynôme de la forme $f(x) = ax^2 + bx + c$, avec $a \neq 0$.

Comme a≠0 , on peut mettre a en facteur et écrire

$$f(x) = a\left(x^2 + \frac{bx}{a}\right) + c$$

$$f(x) = a\left(\underbrace{x^2 + \frac{bx}{a} + \left(\frac{b}{2a}\right)^2} - \left(\frac{b}{2a}\right)^2\right) + c$$

On voit une identité remarquable du type $a^2 + 2ab + b^2 = (a+b)^2$

On peut donc écrire : $f(x) = a\left((x + \frac{b}{2a})^2 - \left(\frac{b}{2a}\right)^2\right) + c$

On développe : $f(x) = a\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - a\left(\frac{b}{2a}\right)^2 + c$

$$f(x) = a\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - a\frac{b^{\;2}}{4a^2} + c$$

$$f(x) = a\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{b^2}{4a} + c$$

$$f(x) = a\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 + \left(\frac{-b^2 + 4ac}{4a}\right)$$

$$f(x) = a\left(x - \left(\frac{-b}{2a}\right)\right)^2 + \left(\frac{-b^2+4ac}{4a}\right)$$

On a donc bien : $\boldsymbol{f(x) = a(x - \alpha)^2 + \beta}$

Avec $\alpha = \left(\frac{-b}{2a}\right)$ et $\beta = \left(\frac{-b^2+4ac}{4a}\right)$